

Seminar zur Nanoelektronik 2008:

Quantencomputer

Jan-Philip Gehrcke

Julius-Maximilians-Universität Würzburg

17. Juli 2008

Übersicht

- 1 Motivation Quantencomputer
- 2 Logische Operationen
- 3 Anforderungen bei experimenteller Realisierung
- 4 Quantencomputer mit Ionen

Warum Quantencomputer?

Durch Superposition und Verschränkung von quantenmechanischen Zuständen können einige Probleme in der Informatik wesentlich effizienter gelöst werden, als mit klassischen Computern.

Warum ist das so?

Das Qubit

Was ist ein Qubit?

- quantenmechanisches Zwei-Niveau-System
- Dirac-Notation $|0\rangle$ und $|1\rangle$

Zustand Ψ_{QB} des Qubits ist normierte Superposition mit komplexen Koeffizienten:

$$\Psi_{QB} = c_0 |0\rangle + c_1 |1\rangle$$

Quantenregister

Basis des Zustandsraums eines Quantenregisters aus zwei Qubits

$$|00\rangle, |01\rangle, |10\rangle, |11\rangle$$

Es gilt analog zum Qubit:

Der Zustand des Quantenregisters ist wiederum eine Superposition dieser Basiszustände mit komplexen Koeffizienten.

Daraus folgt:

Der Zustand Ψ_{QR} eines N -Qubit-Quantenregisters entstammt einem 2^N -dimensionalen komplexwertigen Zustandsraum.

Quantenregister \Leftrightarrow klassisches Register

klassischer Computer mit N -Bit-Register

Registerzustand ist einer von 2^N Elementen des Zustandsraums.

Quantencomputer mit N -Qubit-Register

Registerzustand Ψ_{QR} ist ein (normierter) Vektor aus \mathbb{C}^{2^N} :

$$\Psi_{QR} = \sum_{b=0}^{2^N-1} c_b |b\rangle$$

Das Superpositionsprinzip beim Quantenregister ermöglicht daher eine gewisse „Parallelität in Rechnungen“ durch „gleichzeitiges“ Rechnen aller 2^N klassischen Registerzustände.

verschränkte Zustände

Für das Quantencomputing sind insbesondere die verschränkten Zustände eines Quantenregisters von Bedeutung.

Beispiel: Bell-Zustand

$$\Psi_{QR} = \frac{1}{\sqrt{2}} (|01\rangle + |10\rangle)$$

Registerzustand nicht in Teilsystem-Zustände faktorisiert. Misst man hier ein Qubit aus, so ist der Zustand des anderen festgelegt.

Durch verschränkte Zustände kann eine maximale Korrelation zwischen Qubits eines Quantenregisters geschaffen werden. Diese Bit-Korrelationen erlauben die Realisierung von logischen Operationen.

Quantencomputer-Algorithmen

Quantencomputer-Algorithmen sorgen bei speziellen Aufgaben für einen exponentiellen Geschwindigkeitsgewinn gegenüber klassischen Rechnern. Somit werden bestimmte Probleme überhaupt erst in endlicher Zeit lösbar.

verschiedene Arten von Algorithmen:

- Quanten-Fouriertransformation (Shor,...)
- Quanten-Suchalgorithmen (Suche in unsortierter Datenbank,...)
- Quanten-Simulation (Schrödingergleichung, unitäre Evolution)

Übersicht

- 1 Motivation Quantencomputer
- 2 Logische Operationen**
- 3 Anforderungen bei experimenteller Realisierung
- 4 Quantencomputer mit Ionen

Zerlegung von logischen Operationen

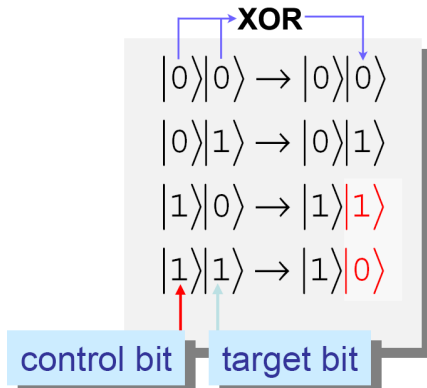
Jede komplexe logische Operation kann man zerlegen in:

- XOR (klassisch) \Rightarrow cNOT-Verknüpfung/Gatter zwischen zwei Qubits
- NOT (klassisch) \Rightarrow Rotationen einzelner Qubits

Daraus folgt:

Mit experimentellen Realisierungen von „Qubit-Rotation“ und „cNOT-Gate zwischen zwei Qubits“ kann man prinzipiell einen Quantenrechner konstruieren.

Die controlled-NOT Verknüpfung



die cNOT-Verknüpfung entspricht also der klassischen XOR-Verknüpfung

Übersicht

- 1 Motivation Quantencomputer
- 2 Logische Operationen
- 3 Anforderungen bei experimenteller Realisierung**
- 4 Quantencomputer mit Ionen

Diese Bedingungen sollten erfüllt sein

Man benötigt...

- ein(mehrere) Qubit(s)
- die Möglichkeit alle Qubits zu initialisieren
- eine exp. Realisierung Rotation einzelner Qubits
- eine exp. Realisierung des cNOT-Gatters (durch Qubit-Kopplung)
- die Möglichkeit einzelne Qubits zu messen (Ergebnisabfrage)

Übersicht

- 1 Motivation Quantencomputer
- 2 Logische Operationen
- 3 Anforderungen bei experimenteller Realisierung
- 4 Quantencomputer mit Ionen**

Ionen-Idee: grundsätzliches Prinzip (publiziert 1995)

Quantum Computations with Cold Trapped Ions (CIRAC and ZOLLER, 1995)

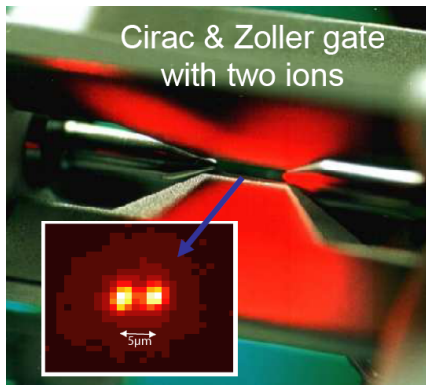
- Ionen werden in einer Ionenfalle im UHV „gefangen“ und gekühlt
- ein Ion $\hat{=}$ ein Qubit (metastab. elektr. Übergang)
- Ionen werden mit Laserlicht manipuliert
- Ionen sind durch Schwingungsmode gekoppelt

insbesondere: theoretische Realisierung des cNOT-Gatters zwischen den Ionen durch Ausnutzen der Schwingungskopplung

experimentelle Realisierung der Idee

How to realize a universal quantum gate with trapped ions (SCHMIDT-KALER et al., 2003)

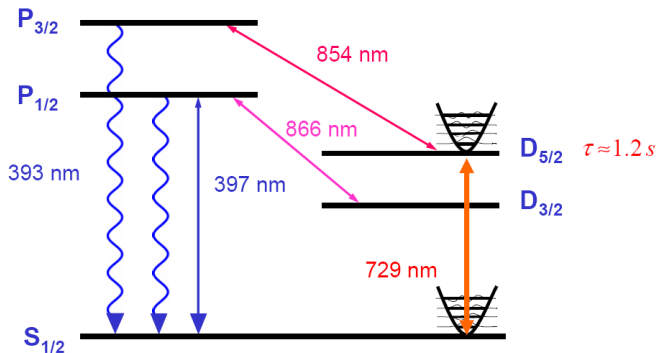
- zwei $^{40}\text{Ca}^+$ -Ionen in PAUL-Falle, extremst gekühlt
- metastabiler Übergang als Zwei-Niveau-System (Qubit)



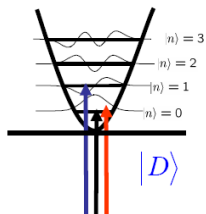
experimentelle Realisierung der Idee

How to realize a universal quantum gate with trapped ions (SCHMIDT-KALER et al., 2003)

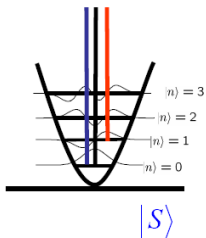
- zwei $^{40}\text{Ca}^+$ -Ionen in PAUL-Falle, extremst gekühlt
- metastabiler Übergang als Zwei-Niveau-System (Qubit)



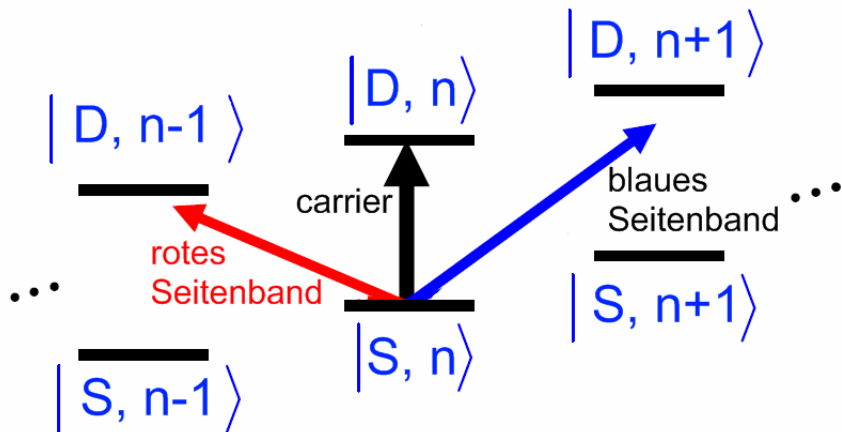
Das Elektron-Schwingungs-System



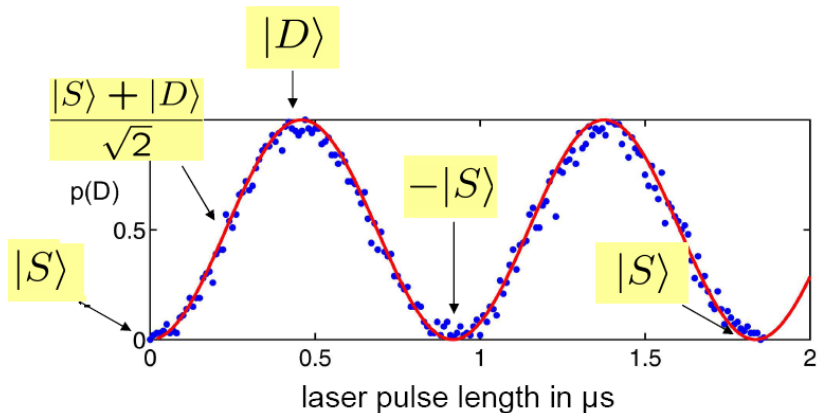
Das Franck-Condon-Bild
für Moleküle



Das Elektron-Schwingungs-System



Rabioszillation



Realisierung cNOT zwischen den Ionen

$$|S\rangle|S\rangle \rightarrow |S\rangle|S\rangle$$

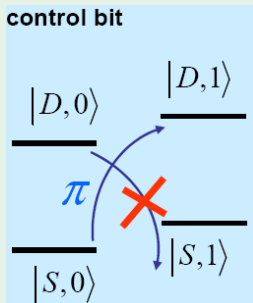
$$|S\rangle|D\rangle \rightarrow |S\rangle|D\rangle$$

$$|D\rangle|S\rangle \rightarrow |D\rangle|D\rangle$$

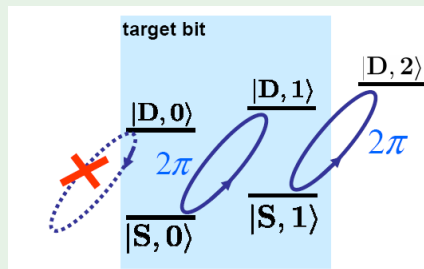
$$|D\rangle|D\rangle \rightarrow |D\rangle|S\rangle$$

cNOT zwischen Ion 1 (control) & Ion 2 (target)

Schritt I: Kopiere Zustand von control-Bit (Ion 1) auf Phonon

Anfangszustand: $n = 0$ logische 1: Ion \rightarrow D; Phonon $\rightarrow n = 0$ logische 0: Ion \rightarrow S; Phonon $\rightarrow n = 1$ 

Jetzt: Invertierung des target-Bits in Abh. vom Phonon

Schritt II: $\pi/2$ -carrier-Puls auf target-BitSchritt III: 2π -BSB-Puls auf target-Bit (Phasengatter)→ Phasenfaktor -1 auf alle Zustände außer auf $|D, 0\rangle$ Schritt IV: $-\pi/2$ -carrier-Puls auf target-Bit

Realisierung des cNOT zwischen den Ionen

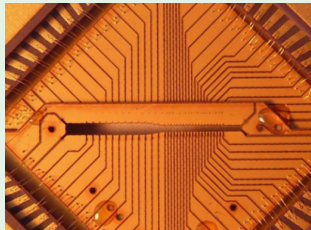
Schritt V: Kopieren des logischen Phonon-Zustands zurück auf das control-Bit

→ Ergebnis: cNOT zwischen control-Bit und target-Bit

Bisheriger Fortschritt..

In Innsbruck wurde die Verschränkung von 8 Ionen hergestellt und experimentell nachgewiesen

Anordnen von Ionen in „Mikrochip-Falle“:



Aber: Wann und ob Quantencomputer sinnvoll eingesetzt werden können, ist derzeit nicht absehbar

Literaturverzeichnis



J.I. Cirac, P. Zoller

Quantum Computations with Cold Trapped Ions
Phys. Rev. Lett. (1995)



F. Schmidt-Kaler et al.

How to realize a universal quantum gate with trapped ions
Appl. Phys. B (2003)



F. Schmidt-Kaler et al.

Realization of the Cirac-Zoller controlled-NOT quantum gate
Nature (2003)



F. Schmidt-Kaler et al.

diverse Vortragsfolien